

Vailla varmaa perustaa: C. S. Peircen logiikkäkäsityksestä ja matematiikanfilosofiasta

TOMMI VEHKAVAARA

1. Logiikan asema tai rooli filosofiassa

Logiikkaa on perinteisesti pidetty yhtenä filosofian osa-alueena, mutta 1800-luvun puolivälistä alkaen on modernin logiikan kehitys vienyt sen luonteeltaan lähemmäksi matematiikkaa kuin filosofiaa. Matematiikan suuri systematisoituminen ja uusien tutkimusalueiden synty 1800-luvulla (mm. algebra, epäeuklidinen geometria ja joukko-oppi) motivoi ja inspiroi modernin logiikan kehitystä ja suuri osa sen varhaisista kehittäjistä oli pikemminkin matemaatikkoja kuin filosofoja. Erityisesti kiista matematiikan perustasta 1900-luvun alkuvuosikymmenillä vaikutti merkittävästi modernin logiikan muotoutumiseen.

Voidaanko logiikalle antaa enää mitään sijaa *filosofiassa* tai filosofian osana? Logiikan opetuksen tai opiskelun filosofisen tarpeellisuuden perusteluissa vedotaan usein joko filosofian 2500-vuotiseen traditioon, jossa logiikalla on ollut sijansa aina Aristoteleesta alkaen, tai logiikan oletettuun rooliin filosofisen tieteen metodologiana. Mutta ainakin Suomessa juuri *opetetun* logiikan traditio on tosiasiallisesti kaventunut suhteellisen tuoreeksi, Frege-Russell-Tarski-von Wright-Hintikka -linjan loogis-analyttiseksi (kieli)filosofiaksi. Myös 'metodiopiksi' tulkittuna moderni formaali logiikka on palvellut lähinnä loogista analyysiä harjoittavaa filosofiaa. Kummallekaan perustelulle ei ole oleellista asettuuko logiikka lopulta enää lainkaan varsinaisesti filosofiaksi — käytetäänhän muissakin tieteissä matemaattisia malleja, miksipä sitten ei filosofiassa.

Yritän etsiä lähtökohtia sille, miten ja millaisena logiikka voitaisiin yhä ymmärtää *filosofian* osa-alueena ja miten se voitaisiin kokea tarpeelliseksi ehkä myös *muissa* kuin loogis-analyttisen kielifilosofian traditiossa. Muissa filosofian traditioissahan — ja osin analyttisissäkin — modernia formaalia logiikkaa ei pidetä usein lainkaan varsinaisena filosofiana. Esimodernin logiikan paikan ovat vieneet muut, ei niinkään enää logiikaksi mielletyt semi- tai kvasifilosofiset oppialat ja tutkimusperinteet, kuten eri tieteiden metodologiat, fenomenologia tai kielifilo-

sofian ja -tieteen eri suuntaukset (analyttiset, strukturalistiset ja hermeneuttiset). Niinpä logiikan jälleenmäärittäminen osaksi aitoa filosofiaa edellyttää ainakin sen selvittämistä mikä logiikassa on matematiikkaa ja mikä (mahdollisesti) filosofiaa. Mitä ilmeisimmin tämä johtaa yhtäältä kapeampaan ja toisaalta yleisempään ja *laajempaan* logiikkäkäsitykseen kuin mikä matematisoituneessa nykykäytännössä vallitsee.

2. Kadonneita: käsitteiden alkuperä?

Käsitykseen logiikasta filosofian metodologiana sisältyy usein ajatus logiikasta ajattelun *taidon* opettajana, kuinka erottaa pätevä argumentti epäpätevästä. Vaikka pidänkin tällaisen taidon terästämistä tarpeellisenä, voidaan kysyä, onko siinä mitään *erityisesti* filosofista. Eikö se ole yhtä lailla tarpeen *kaikessa* tieteellisenä tai rationaalisenä itseään pitävässä ajattelussa ja eikö olisi vähintäänkin yhtä tarpeellista tutustua myös *ajattelun psykologiaan* tms.? Jos halutaan korostaa filosofian *erityisyyttä* suhteessa varsinaisiin erityistieteisiin, modernin formaalin logiikan rinnalla olisi syytä kiinnittää huomiota myös niihin filosofian harjoittamisen taitoihin, jotka eivät tyhjenny käsitteen tai päätelmän loogiseen analyysiin. Yhtä lailla filosofit tarvitsivat välineitä reaalkäsitteiden muodostukseen tai synteisiin, ts. käsitteen 'deduktioon' (kokemuksessa) sen varhaisemmassa merkityksessä.

Leila Haaparanta näyttää ehdottavan jotain tämän suuntaista tarjotessaan Husserlia Fregen sijaan (tai rinnalle) Wienin piirin jälkeisen analyttisen perinteen lähteeksi.¹ Haaparannan mukaan Frege ei näe tarvetta eikä edes mahdollisuutta esittää logiikan lakeja oikeuttavia perusteluja tai teoriaa, jolloin avoimeksi jää, mitä looginen tutkimus oikein on ja mikä on sen tiedon lähde. Husserl sen sijaan etsii tätä oikeutusta kysymällä sellaisten loogisten muotojen tai termien, kuten 'jokin', 'kaikki', 'moni', 'on' sekä 'ja', merkityksen alkuperää — mikään 'reaalisten objektien valtakunnassa' kun ei näytä vastaavan niitä. Millaista subjektin toimintaa tarvitaan, jotta nämä 'kategoriaaliset merkitysmuodot' (*Bedeutungsformen*) saavat merkityksensä? Husserl näyttää haluavan perustaa loogisten käsitteiden oikeutuksen niiden kokemukselliseen alkuperään. (Haaparanta 2002a, 237.)

Epäilemättä Fregestä ponnistava analyttinen perinne tarvitsee *jotain* käsitteiden alkuperään huomiota kiinnittävää täydennöstä. Katson kuitenkin että sen syvemmät ongelmat liittyvät niihin *absolutistisiin* ja *foundationalistisiin* motiiveihin ja tavoitteisiin, jotka ovat yhteisiä niin Fregen logisismille kuin Husserlin konstruktivismille (Haaparanta & Korhonen 1996, 42).

Pidän epätydyttävänä sekä niiden kartesiolaista foundationalismia —vakaumusta että tieto, tiede ja erityisesti matematiikka (ja logiikka) tarvitsevat absoluuttisen varman perustan— että 'intuitionismia' loogis-matemaattisten käsitteiden välttämättömyyden ja loogisen pätevyyden takaajana. Frege näyttäisi vetoavan implisiittisesti jonkinlaiseen suoraan 'intellektuaaliseen intuitioon' (Haaparanta 2002a, 240) ja Husserl, vaikka katsookin loogisten muotojen olevan kätkeytyinä *aistimellisiin objekteihin* (hieman Kantin transsendentaalisen estetiikan tavoin), jättää lopulta totuuden viimekätiseksi kriteeriksi pelkän 'välittömän evidenssin kokemuksen' (Haaparanta 2002b, 311-312).

Omien tavoitteiden suhteen —kuinka pelastaa logiikka takaisin filosofialle— vaikuttaa Husserl erityisen epäsovivalta loogis-analyttisen tradition täydennökseltä, sillä myös hän näyttäisi samaistavan loogikon ja matemaatikon toiminnan. Haaparannan mukaan molemmat "ovat hänen mielestään nerokkaita teknikkoja, jotka rakentavat teorioita niin kuin mekaanikot koneita", jolloin filosofien tehtävänä "on kriittisesti reflektoida sitä mitä loogikot ja matemaatikot teknikkoina tekevät" (Haaparanta 1996a, 12). Logiikka siis näyttäisi asettuvan Husserlilla varsinaisen filosofian ulkopuolelle, 'pajaksi' joka valmistaa ajattelun teknisiä ja mekaanisia apuvälineitä, 'formaalisia koneita' tai kalkyylejä. Juuri tällainen käsitys logiikan tehtävästä ja luonteesta on omiaan vieroittamaan sen varsinaisesta filosofiasta.

Husserlin sijaan lähden tarkastelemaan hieman varhaisemman 1800-1900-lukujen taitteen fenomenologin, Charles S. Peircen käsityksiä matematiikasta, logiikasta ja filosofiasta, sillä juuri Peircen filosofiassa logiikka asettuu ensisijaisesti *filosofiseksi* tieteenksi. Fregen tavoin Peirce luetaan yleisesti yhdeksi modernin logiikan varhaiseksi pioneeriksi ja Husserlin tavoin matematiikan ja logiikan käsitteiden kokemuksellinen alkuperä on Peircelle merkityksellinen. Käsitteiden kokemuksellinen alkuperä ei kuitenkaan Peircen filosofiassa tarjoa sen enempää mitään *oikeutusta* niiden oletetulle universaalille välttämättömyydelle kuin *perustaa* tai *takuuta* logiikan ja matematiikan päätelmien ja periaatteiden pätevyydelle. Sillä on aivan toinen funktio.

3. Havainnointi filosofiassa ja matematiikassa

Logiikka saa Peircen tiedekäsityksessä aseman yhtenä *teoreettisen filosofian positiivisena* ja *normatiivisena tieteenä*, tieteenä "ajatuksen välttämättömyydestä laeista" (CP 1.444, 1896). Se kuuluu siis ensinnäkin *teoreettisiin* tieteesiin, joissa tutkimuksen pätevyyden tai hyväksyttävyy-

den ainoana kriteerinä on *totuus* kulloisestakin tutkimuskohteesta. *Käytännöllisissä* tieteissä, joihin käytännöllinen filosofiakin pääosin kuuluu, pyritään viimekädessä *tieteelle ulkoisiin* 'elämän tarpeisiin' tms. liittyviin päämääriin ("for the uses of life", CP 1.239, 1902). Toiseksi logiikka on *normatiivinen* tiede, joka ei pyri psykologian tavoin vain *kuvailemaan* ajatteluprosessia tai metafysiikan tavoin maailman yleistä rakennetta, vaan antamaan ajatukselle pätevyyskriteerit. Kolmanneksi se on *positiivinen* tiede, sen teorit pyrkivät kuvaamaan 'aktuaalisen maailman tosiasioita', eivätkä matematiikan tavoin *pelkästään* (todellisia) mahdollisuuksia. Logiikan päämääränä on siis *tosi teoria todellisen* ajattelun *normatiivisista* laeista. Mutta ennen kaikkea, se on *filosofinen* tiede, ei osa matematiikkaa sen enempää kuin erityistieteitäkään.

Peircen mukaan kaikki tieteet perustuvat jonkinlaiselle *havainnoinnille* (*observation*) —tieteenalasta riippumatta kaikkien 'intellektuaalisten käsitteiden' alkuperä on havainnossa (CP 5.212, 1903). Teoreettisten tieteiden kolme luokkaa: matematiikka, (teoreettinen) filosofia (*philosophia prima*) ja erityistieteet, eroavatkin toisistaan juuri *havainnoinnin lajin* tai *laadun* mukaan. Erityistieteet (kemian, psykologian, kielitieteet, historia jne.) käyttävät materiaalinaan kullekin tieteen ominaisia *erityisiä* havaintoja pyrkien usein hyvinkin työläiden koejärjestelyjen ja teknisten havaintolaitteiden avulla sellaisiin *uusiin havaintoihin*, jotka paljastavat *uusia* ilmiöitä ja faktoja maailmasta. Teoreettinen filosofia sen sijaan havainnoi Peircen mukaan *yleistä kokemusta*, sitä mikä on *jatkuvasti läsnä kaikessa* kokemuksessa. Filosofian lähteeksi riittää näin periaatteessa mikä tahansa kokemus, kuten tavallinen arkikokemus. Ainoa epäily, jota tällaiseen jokapäiväinen havaintoon voi kohdistaa, on ettei sen sisältöä ehkä ole korrektiltisesti muotoiltu riittävän yleisin termein (CP 2.75, 1902).

Erityistieteet ja teoreettinen filosofia ovat Peircen mukaan *positiivisia tieteitä* — ne etsivät ja paljastavat *maailman reaalisia totuuksia* olemalla kokemuksen kautta tähän jatkuvassa kontaktissa. Sen sijaan puhdas matematiikka on *negatiivinen tiede* — se ei paljasta eikä edes pyri paljastamaan mitään aktuaalisen maailman faktoja, vaan ainoastaan ilmiöiden *mahdollisia muotoja*, ts. mikä on loogisesti mahdollista ja mikä ei (CP 1.182, 1903). Matematiikan erityinen havainnoinnin tapa on havainnoida *mielikuviuksessa* konstruoituja objekteja (jotka voidaan piirtää näkyväksi paperille diagrammien muodossa, CP 2.77, 1902). Se johtaa välttämättömiä seurauksia näistä mielikuviuksista asetetuista hypoteeseista *olettamatta mitään hypoteesien soveltuvuudesta ilmiöihin*. Matematiikka on siis tiede, joka "tutkii hypoteettisia asiaintiloja" ja *vetää* välttämätöntä johtopäätöksiä, mutta ei logiikan tavoin tarjoa *teoriaa* tästä välttämättömien johtopäätösten vetämisestä (CP 4.238-439, 1902).

¹ Tarkkaan ottaen Haaparanta viittaa Wienin piirin jälkeisen analyttisen perinteen yrityksiin "esittää erilaisia filosofisia, myös logiikkaa ja luonnollista kieltä koskevia, teorioita" (Haaparanta 2002a, 242). Jää hieman epäselväksi

Havainnoinnin laatu asettaa matematiikan, teoreettisen filosofian ja erityistieteet hierarkiseen järjestykseen ja kunkin luokan sisällä tieteet asettuvat edelleen järjestykseen *tutkimuskohteen* (kokemuksen objektin) *abstraktisuuden* mukaan. Havaittava kokemus voi olla yhteinen, mutta eri tieteissä siitä havainnoidaan eri faktoja.² Matematiikka on yleisin tieteistä, sitten seuraavat teoreettisen filosofian osa-alueet (tässä järjestyksessä): fenomenologia, kolme normatiivista tiedettä eli estetiikka, etiikka³ ja logiikka (*Logic* tai *Formal Semeiotic*) ja lopuksi metafysiikka. Konkreettisimmaksi asettuu erityistieteiden luokka. Hierarkiassa ylemmällä tasolla olevat tieteet ovat riippumattomia alemmilla tasoilla olevista — ne eivät saa tukeutua periaatteisiin, joita alemmilla tasoilla on johdettu. Alemmat tieteet tarjoavat ainoastaan 'dataa' abstraktioiden lähteeksi ylemmillä tasoilla. Sen sijaan nämä alemmat tieteet käyttävät hyväkseen ylempien tieteiden alaan kuuluvia periaatteita ja lakeja, olivatpa nämä sitten kriittisen tutkimuksen läpikäyneitä tai vähemmän tiedostettuja 'mielen tapoja' (*habits of mind*). (CP 2.121, 1902.) Erityisesti logiikan pitäisi olla periaatteissaan riippumaton niin psykologiasta (ja kielitieteistä) kuin metafysiikastakin, mutta soveltavan omalla alueellaan joitakin eettisiä, esteettisiä, fenomenologisia ja matemaattisia periaatteita.

4. Logiikan käsitteen ala

Peirce antaa termille ”logiikka” eri yhteyksissä hieman eri laajuisen alan. Suppein näistä on *matemaattinen* tai *formaali logiikka*, teoria välttämättä pätevistä päättelystä, joka vastaa ehkä lähimmin modernia logiikkakäsitystä. Peircen mukaan se *minkälaisia* teorioita tässä esittää, on riippuvainen tutkijan intressistä, onko se matemaattinen vai looginen (ts. filosofinen). Matemaatikko etsii sellaisia loogisia systeemejä, jotka toimivat mahdollisimman tehokkaasti kalkyylinä, ts. tuottavat yhdellä iskulla etäisiä johtopäätöksiä. Loogikko taas etsii sellaisia systeemejä, jotka hajottavat mahdollisimman pitkälle argumenttien rakenteen, ts. paljastavat mahdollisimman yksityiskohtaisesti *miten* johtopäätökset seuraavat askel askeleelta premisseistä. (CP 4.239, 1902.) Vaikka matemaatikon komputationaalinen tai algoritminen ja filosofin analyttinen intressi ovat Peircen mukaan käytännössä toisensa poissulkevia (CP 4.373, 1901), on

² Kirjeessään William Jamesille Peirce kirjoittaa seuraavasti: ”Saatat sanoa että psykologia havainnoi samoja faktoja kuin fenomenologia. Ei. Se ei *havainnoi* samoja faktoja. Se kyllä katsoo samaa maailmaa — samaa maailmaa kuin astronomikin. Mutta se *havainnoi* tästä maailmasta eri asioita. Kaikista tieteistä juuri psykologia tarvitsee eniten loogikon löydöksiä, jotka hän saavuttaa fenomenologin avustuksella.” (CP 8.297, 1904.)

³ Etiikka ja estetiikka määrittävät tässä *teoreettisen* filosofian normatiivisiksi tieteiksi ja siksi huomattavasti kapeammiksi ja abstrakteimmiksi kuin tavanomaisesti käsitettynä. Esimerkiksi etiikka tavanomaisessa mielessä (pitäen ylipäätänsä päämääränään vaikkapa 'hyvää elämää') kuuluu käytännöllisen filosofian osana käytännöllisiin tieteisiin. (CP 1.577, 2.198, 1902.) Peirce sen sijaan määrittelee etiikan *teoriaksi itsekontrolloidusta toiminnasta* ja estetiikan periaatteessa aisteista ja taiteesta riippumattomaksi *teoriaksi ideaalien harkitusta* (eli *itsekontrolloidusta*)

logiikan suhde matematiikkaan joka tapauksessa läheinen: ”Loogisten totuuksien päälähde (...) on aina ollut ja täytyy aina olla sama kuin matemaattisten totuuksien lähde.” (CP 2.76, 1902.) Puhdas deduktiivinen logiikka, matemaattinen tai formaali logiikka miten tahansa tehtynä, onkin Peircen mukaan pelkkää matematiikkaa, mutta tällainen formaali logiikka ei kuitenkaan kata koko logiikkaa eikä edes sen pääasiallista osaa (CP 4.240, 1902). Kun logiikka kertoo meille, että voimme *reaalimaailmassa* päätellä samalla tavalla turvallisesti kuin matematiikassa (ts. *mielikuvituksessa*), se esittää meille positiivisen tosiasiaväitteen maailmasta (CP 7.524).

Varsinainen logiikka, filosofinen logiikka on siis korkeintaan jonkin matemaattisen logiikan formaalin systeemin *sovellusta* inhimilliseen ajatteluun. Lisäksi logiikka on *normatiivinen tiede*, joten sen ”täytyy määritellä päämääränsä ja tässä se on jopa riippuvaisempi etiikasta tai päämäärien filosofiasta, kuin (...) matematiikasta” (CP 4.240, 1902). Logiikan teorian pätevyys ei siis tyhjenny pelkkään formaalin systeemin ristiriidattomuuteen, luotettavuuteen tms. *matemaattiseen* pätevytyteen, vaan edellyttää sen soveltumista myös *jokapäiväiseen inhimilliseen kokemukseen* ja *ajatteluun* jollain tavalla. Esimerkiksi standardi Kripke-semantiikka modaaliselle lauselogikalle (vrt. Rantala & Virtanen 2004) olisi peirceläisittäin pelkkää joukkooppia, ts. puhdasta matematiikkaa, jolla ei ole itsessään mitään filosofista sisältöä. Filosofisen sisällön se saa, *jos* sitä sovelletaan jossain ei-formaalissa yhteydessä ja *vasta tällöin* siitä tulee varsinaisesti looginen teoria. Tämän 'loogisen teorian' pätevyuden kriteereitä eivät ole vain sen formaalit ominaisuudet, vaan ennen kaikkea myös sellaiset ei-formalisoitavissa olevat kysymykset, kuten mitä reaalikäsitteitä ”-operaattori ja saavutettavuusrelaatio R vastaavat, miten hyvin reaalikäsitteitä sisältävät propositiot voidaan nimetä ja identifioida propositiosymbolien avulla jne. Varsinainen logiikka taistelee siis tällaisten kysymysten parissa eikä niinkään formaalisen todistamisen, joka on matemaattista toimintaa.

Mutta käsitys logiikasta *sovellettuna* matemaattisena logiikkana on yhä varsin suppea eikä kata edes Peircen käsitystä logiikasta 'kapeassa mielessä' *kriittisenä logiikkana* (*Critical Logic, logic proper*), ”formaalina tieteenä representaatioiden totuusehdoista” (CP 2.229, 1897). Kriittinen logiikka nimittäin sisältää teorian paitsi välttämättä totuudensäilyttävän johtamisen pätevysehdoista (deduktiosta), myös 'todennäköisen' tai 'heikosti totuudensäilyttävän' päättelyn pätevysehdoista ja vahvuudesta, jotka liittyvät yhtäältä käsitteiden ja hypoteesien *konstruktion* (abduktio) ja toisaalta niiden pätevyuden *testaamiseen* (induktio).

muodostamisesta, teoriaksi siitä mikä on *objektiivisesti ihailtavaa* (*objectively admirable*), ts. *itseisarvoista*. (Ks. CP 1.191, 1903 ja CP 1.574, 1906.)

Peirce'n käsitys logiikasta 'laajassa mielessä' määrittyy yleisesti *teoriaksi itsekontrolloidusta tai harkitusta ajatuksesta* (CP 1.191, 1903). Koska Peirce pitää ajatusta aina merkkien välittämänä (tai merkkien välittymisenä), tulee logiikasta laajassa mielessä *yleistä semeiotiikkaa*, joka ei tarkastele vain merkkien totuusehtoja (*Critical logic*), vaan myös "merkkien yleisiä merkkienä olemisen ehtoja" (*Speculative Grammar*) ja "ehtoja merkkien välittämän merkityksen siirtymiselle mielestä toiseen ja yhdestä mielentilasta seuraavaan" (*Speculative Rhetoric* tai *Methodic*, CP 1.444, 1896). Tämä yleinen semeiotiikka ei ehkä kuitenkaan ole aivan niin laaja, kuin se on semiotiikassa usein haluttu tulkita. Jos tarkastellaan Peirce'n merkkikäsitteen johtamista Kantin kategorioihin⁴ uudistamisyrityksen sivutuotteena (CP 1.545-559, 1867), voidaan havaita merkin käsitteen konstruoinnin 'redusoitumattomasti triadisena' suhteena edellyttävän vetoamista totuuden käsitteeseen. Jos näin on, niin 'ajatuksen virta' tai 'merkkien ketju' kuuluu logiikan, ts. yleisen semeiotiikan tutkimuskohteeseen *vain* silloin kun se 'pyrkii kohti totuutta objektistaan'. Vain totuus voi olla päämäärä ajatukselle itselleen, ts. ajatuksen sisäinen päämäärä — muut päämäärät ovat ajatukselle ulkoisia eivätkä näin ajatuksen itsensä kontrollissa. (Vehkavaara, valmisteilla.) Sinne tänne suihkiva assosiaatioiden ja vaikutelmien virta tai edes käytännöllisiin päämääriin tähtäävä ajatus ei kuulu logiikan tutkimusalaan, vaan joko psyykkisten erityistieteiden tai ehkä etiikan alaan.

5. Logisismi, formalismi ja antifoundationalistisen matematiikan luonne

Matematiikka muodostaa siis Peirce'n mukaan yleisimmän tieteen erityisesti siinä mielessä, että matemaattinen totuus tai pätevyys ei ole riippuvainen *mistään* muusta tieteestä, ei edes logiikasta, jonka pitäisi antaa teoria välttämättömästä, ts. matemaattisesta päättelystä. Peirce'n matematiikanfilosofia ja tiedekäsitys on korostetun *antifoundationalistinen* ja asettuu jyrkkään oppositioon suhteessa matematiikan klassisiin perustafilosofioihin, logisismiin, formalismiin ja intuitionismiin.

Logismin suhteen tilanne on selvä. Matemaattinen logiikka matematiikan osana ei kelpaa matematiikan perustaksi, sillä se ei tarjoa teoriaa välttämättömästä päättelystä, ainoastaan formaaleja systeemejä, kieliä ja kalkyylejä, joille varsinainen logiikka voi antaa *tulkinnan* tai *sovelluksen* päättelyn teoriana. Vaikka logiikka määrittyy *teoriaksi* välttämättömästä päättelystä ja matematiikka välttämättömän päättelyn *harjoittamiseksi* (CP 4.229, 1902), vaatii tämä

välttämättömien johtopäätösten vetäminen (*drawing!*) pätevästi yhtä vähän *teoriaa* tästä päättelimestä kuin biljardin pelaaja tarvitsee analyttisen mekaniikan tai hermofysiologian teorioita ollakseen taitava pelaajana (vrt. CP 5.319, 1868 & CP 2.3, 1902). Teoria välttämättömästä päättelystä ei Peirce'n mukaan voi auttaa matemaatikkoa päättämään oikein, vaan matemaattisen päättelyn periaatteiden todistaminen päteviksi logiikassa merkitsee ajautumista kehäpäättelmän — todistettavia periaatteita joudutaan implisiittisesti käyttämään hyväksi niiden todistuksessa (CP 4.228, 1902). Tällaisen *a priori* -perusteen lisäksi myös *historiallinen* evidenssi tukee käsitystä matematiikan riippumattomuudesta logiikasta. Aina kun jotain askelta jossain matemaattisessa päättelyssä on epäilty kömmähdykseksi, on koko matemaattinen maailma päättynyt yksimielisesti tuomitsemaan sen joko korrektiksi tai virheelliseksi varsin lyhyessä ajassa. Ja tähän on päädytty *pelkästään* huolellisella matemaattisella tarkastelulla *ilman* vetoamista logiikan teoriaan. (CP 1.248, 1902).

Peirce'n matematiikanfilosofia ei voi pitää myöskään järin formalistisena hilbertiläisessä mielessä. Vaikka Peirce kuului logiikan algebralliseen traditioon (kuten Georg Boole ja Ernst Schröder), hän ei pitänyt mielekkäänä asettaa loogisen tutkimuksen tavoitteeksi mitään leibnizilaista "järjenkäytön yleiskalkyylia" (vrt. Vilko 2002, 60). Peirce ei nähnyt *mitään* syytä olettaa, että voitaisiin *koskaan* löytää jokin "kaiken deduktiivisen tutkimuksen suorittava kalkyylia tai semi-mekaaninen metodi" (CP 3.618, 1901). Peirce siis ennakoiki matematiikan ratkeamattomuusongelman negatiivista ratkaisua yli 30 vuotta ennen Gödelin, Churchin ja Turingin tuloksia. Peruste tälle oikeaan osuneelle arvaukselle nousee Peirce'n käsityksestä matemaattisen päättelyn luonteesta. Matemaattinen päättely, vaikka onkin 'välttämätöntä', ei ole pelkästään analyttistä kantilaisessa mielessä (ts. määritelmässä implisiittisesti annetun eksplikointia, ks. CP 7.204, 1901). Se ei tyhjenny *korollaariseen* päättelyyn, ts. mielikuvituksessa konstruoidun premissien havainnoimiseen 'sellaisenaan' (CP 6.471, 1908). Varsinaisesti matemaattinen päättely on *teoremaattista*, jossa johtopäätöksen todistaminen premissistä edellyttää 'luovaa' aktia, 'imaginatiivista eksperimentaatiota', ts. joidenkin sellaisten uusien objektien konstruoinnista, joita ei varsinaisesti itse väitteessä tarkastella (CP 2.267, 1903 ja CP 7.204, 1901, vrt. myös Haaparanta 1993, 42-45 ja Haaparanta 1996b, 39-40, 43).

Kuten Hilbertille, myös Peircellle matemaattinen 'olemassaolo' on ristiriidattomuutta, mutta ero Hilbertin formalismiin tulee jo siinä, että systeemin ristiriidattomuutta ei tarvitse todistaa 'etukäteen'. Äärettömät joukot ja niiden myötä mahdollisesti nousevat ristiriidat eivät ole suuri

⁴ Peirce'n logiikan yhtenä lähtökohtana oli Kantin transsendentaalinen logiikka ja pitkään hän pitikin kolmea kategoriansa (1, 2 ja 3) nimenomaan *loogisina* kategorioina, joilla Kantin tavoin oli sovelluksensa metafysiikassa. Myöhemmin (v. 1901-2 alkaen) Peirce havaitsi niiden olevan oikeastaan vieläkin yleisempiä, *fenomenologisia*

kategorioita, jotka hän vain aikaisemmin oli löytänyt loogisissa ja metafysisissä tutkimuksissa (vrt. myös Haaparanta 1996b, 41-42).

ongelma, sillä edes matematiikka *ei ole eikä sen tarvitse olla* käytännössä ja tosiasiallisesti erehtymätöntä. Vaikka 'teoriassa' (tai *ideaalisesti*) matemaattinen päättely ei voi erehtyä, eivät erehdykset tosiasiallisesti ole harvinaisia matematiikassa (CP 5.577, 1898). Jotkin niistä, kuten Eukleideen oletus, että osa on välttämättä vähemmän kuin kokonaisuus (Eukleides 2002, Book I, Common Notion 5), saattoivat jäädä havaitsematta jopa tuhansiksi vuosiksi. Mutta matemaattisen päättelyn *käytännöllinen varmuus* perustuu siihen, että heti kun mahdollinen virhe jossain todistuksessa nousee huomion kohteeksi, se näyttäisi aina saavan yleisesti hyväksytyyn ratkaisun lyhyessä ajassa. Näin kävi myös Eukleideen virheoletukselle, viimeistään Cantorin joukko-opillisten tarkastelujen jälkeen *kukaan* kompetentti matemaatikko ei ole enää voinut puolustaa sitä. (CP 3.426, 1896.) Matematiikka —tai mikään muukaan tiede— ei yksinkertaisesti tarvitse mitään erehtymätöntä perustaa, vaan *se korjaa itse itseään* löytäessään virheitä itsestään ja paljastaessaan implisiittisesti hyväksytyjä oletuksia. Matematiikka on inhimillistä toimintaa, ja kuten kaikki inhimillinen toiminta, sekin on altis erehdyksille.⁵

6. Pätevyys ja alkuperä

Lähes koko uuden ajan filosofiaa on vaivannut kartesiolainen absoluuttisen varman ja ikuisesti muuttumattoman perustan kaipuu. Matematiikan perustafilosofiatkin kumpuavat tarpeesta *osoittaa* matematiikan (tai logiikan) erehtymättömyys tai välttämättömyys. Sen sijaan Peirce ei pidä edes matematiikkaa erehtymättömänä eikä yleensä mitään *takuuta* tieteen menestyksellisyydelle totuuden tavoittelussa mahdollisena, vaikka toisaalta *uskoo* tieteen todella lisäävän tietoa maailmasta. Edistyykö tiede vai ei, ei ole kysymys joka ratkeaa *a priori* tai meditoimalla, vaan se vaatii historiallista tarkastelua ja tieteen historiahan tarjoaa tästä runsaasti evidenssiä. Tämä evidenssi on silti vain lokaalista — monissa *yksittäisissä* tapauksissa voidaan tutkimusten sanoa saavuttaneen totuuksia. Mitään *takuuta* ei ole sille, että *kaikissa* tutkimuksissa aina tai lopulta edistytään tai että jo löydetty totuudet olisivat *lopullisia*. Yksittäisen tutkimuksen edistymisen suhteen ei voida puhua edes todennäköisyydestä, ainoastaan *toivosta* (CP 5.407, 1878).

Erityisesti fallibilismi ja antifoundationalismi erottavat Peircen käsitykset intuitionismista ja Husserlin filosofiasta. Peirce kyllä yhtyy Husserliin ja intuitionisteihin siinä, että matematiikan ja logiikan *käsitteiden* alkuperä on tietystä mielessä aistihavainnossa. Peircen mukaan matema-

tiikan käsitteet ovat *abstraktioita kuvitellusta* kokemuksesta (kuten luvut tai geometriset kuviot), mutta tämän abstraktion jälkeen tällä alkuperällä ei ole mitään *matemaattista* merkitystä — näitä abstrakteja käsitteitä käsitellään matematiikassa ikään kuin ne olisivat objekteja (CP 3.509, 1896). Enempää ei voida sanoa, kuin että tämä alkuperä tekee *ymmärrettäväksi* matemaattisten mallien toimivuuden niin muissa tieteissä kuin arkielämässäkkin ja että tämän kokemuksellisen alkuperän *tunteminen* voi olla *eduksi* arvioitaessa, mihin tämä tai tuo matemaattinen systeemi *saattaisi* soveltua. Systeemin *soveltuvuus* sen enempää 'alkuperäiseen' kuin muuhunkaan käyttöön ei ole enää varsinaisen matematiikan ongelma (CP 4.238, 1902). Geometria tarjoaa tästä hyvän esimerkin, epäeuklidisten geometrioiden löytäminen ei suinkaan osoittanut euklidista geometriaa virheelliseksi, vaan ainoastaan selvensi eroa fysikaalisen ja matemaattisen avaruuskäsityksen välillä. Euklidisen geometrian aksioomien status muuttui, enää niiden pätevyyttä fysikaalisen avaruuden geometriassa ei pidetty epäilyksettömänä tai itse-evidenttinä (vrt. CP 8.94-97, 1892). Sama koskee myös logiikan (ja muun teoreettisen filosofian) käsitteitä — näiden käsitteiden johtaminen kokemuksellisesta alkuperästä voi tarjota *vihjeitä* siitä miten ja missä konteksteissa ne ovat soveltuvia ja mitä kaikkea ne implisiittisesti sisältävät.

Käsitteiden kokemuksellisella alkuperällä ei siis ole mitään vaikutusta *teoreemojen* matemaattiseen *pätevyyteen* eikä se myöskään anna mitään *takuuta* niiden soveltuvuudesta. Matemaattinen pätevyys on puhtaasti formaalista laatua ja perustuu matemaattiselle *havainnoinnille*. Totuuden viimekätinen kriteeri tai testi matematiikassa on *ennakoidun* johtopäätöksen yhdenmukaisuus todistuksessa *havaitun* kanssa. Systeemin aksioomiksi ja peruskäsitteiksi käy mikä tahansa abstraktio tai postulaatti niin kauan, kun itse systeemiä ei voida osoittaa ristiriitaiseksi. Logiikassa ja filosofiassa tilanne on sikäli toinen, että kyse on positiivisesta tieteestä, logiikan teoriat kertovat jotain maailmasta ja tämä tarkoittaa, että *käsitteillä* tulee olla jokin tietty reaalin viittauskohde, joka on jatkuvasti läsnä kokemuksessa. Mutta myös logiikan *pätevyyskriteerinä* on "tuleeko tätä tai tuota maksimiam soveltamalla saavutettava johtopäätös vastaamaan *tosiasioita* vai ei" (CP 5.85, 1903). Logiikankaan *lakien* tai *periaatteiden* pätevyys ei ole johdettavissa käsitteiden alkuperästä, vaan niiden kuviteltavissa olevasta sovellettavuudesta — vastaavtko toteutuvat faktat niitä johtopäätöksiä, joita teorian mukaan odotettiin. Totuuden viimekätinen kriteeri tai testi niin matematiikassa, filosofiassa kuin erityistieteissäkin on *ennakoitujen* seurausten tai johtopäätösten *havaitussa toteutumisessa* maailman tapahtumien virrassa, ei käsitteiden alkuperään viittaavassa tai absoluuttisen varmuuden takaavassa intellektuaalisessa intuitiossa, loogisessa tunteessa (*Logische Gefühl*), luonnollisessa valossa (*Il Lume Naturale*) tai muussa alkuperäisessä, autenttisessa, itse-evidentissä tai muuten epäilyksettömänä pidetyssä perustavassa kokemuksessa.

⁵ Fallibilismi ei siis merkitse sitä, että Peirce epäilisi ihmisten kykyä laskea oikein yksinkertaisia laskutoimituksia tai etteivät ihmiset voisi saavuttaa varmaa tietoa omista mentaalista luomuksistaan. Tätä se ei sen enempää myönnä kuin kiellä. Mutta ihmiset eivät voi saavuttaa absoluuttista varmuutta *aktuaalisen maailman tosiasioista* ja näihin kuuluvat myös varsinaisen logiikan totuudet. (CP 1.149, 1897.)

Kirjallisuus:

- Eukleides (2002), *Elements*, englanninkielinen elektroninen versio, saatavilla (28.6.2004): <http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/elements.html> .
- Haaparanta, Leila (1993), ”Logiikka ja ajattelun ikonisuus”, teoksessa Haaparanta & Koskinen & Oesch & Vadén (toim.) (1993), s. 39-51.
- Haaparanta, Leila (1996a), ”Muutamia huomioita ”Eurooppalaisten tieteiden kriisistä””, teoksessa Koskinen & Linnell & Vuorio (toim.) (1996), s. 9-15.
- Haaparanta, Leila (1996b), ”Peircen merkkiteorian filosofinen tausta”, *Königsberg* 1(2), 38-43.
- Haaparanta, Leila (2001), ”On Peirce's Methodology of Logic and Philosophy”, teoksessa Kiikeri & Ylikoski (toim.) (2001).
- Haaparanta, Leila (2002a), ”Logiikkaa koskevan tiedon mahdollisuudesta”, teoksessa Mehtonen & Väyrynen (toim.) (2002), s. 235-243.
- Haaparanta, Leila (2002b), ”Voiko kokemuksen virtaa analysoida?”, teoksessa Haaparanta & Oesch (toim.) (2002), s. 308-324.
- Haaparanta, Leila & Korhonen, Anssi (1996), "Kolmannen valtakunnan vieraina — huomautuksia loogisten objektien olemassaolosta", teoksessa Kieseppä & Pihlström & Raatikainen (toim.) (1996), s. 38-44.
- Haaparanta, Leila & Oesch, Erna (toim.) (2002), *Kokemus*, Tampere University Press, Tampere.
- Haaparanta, Leila & Koskinen, Ismo & Oesch, Erna & Vadén, Tere (toim.) (1993), *Malli, metodi, merkitys. Esseitä Veikko Rantalan 60-vuotispäivän kunniaksi*, Filosofisia tutkimuksia Tampereen yliopistosta, vol. 49, Tampereen yliopisto, Tampere.
- Kieseppä, I. A. & Pihlström, Sami & Raatikainen, Panu (toim.) (1996), *Tieto, totuus ja todellisuus. Kirjoituksia Ilkka Niiniluodon 50-vuotispäivän kunniaksi*, Gaudeamus, Helsinki
- Kiikeri, Mika & Ylikoski, Petri (toim.) (2001), *Explanatory Connections: Electronic Essays Dedicated to Matti Sintonen*, Helsingin yliopisto, elektroninen julkaisu, saatavilla (14.6.2004): <http://www.valt.helsinki.fi/kfil/matti/> .
- Koskinen, Ismo & Linnell, Petteri & Vuorio, Timo (toim.) (1996), *Luonto toisena, toinen luontona. Kirjoituksia Lauri Mehtosen 50-vuotispäivän kunniaksi*, Filosofisia tutkimuksia Tampereen yliopistosta, vol. 60, Tampereen yliopisto, Tampere.
- Mehtonen, Lauri & Väyrynen, Kari (toim.) (2002), *Järjen todellisuus: Juhlakirja Markku Mäelle*, Oulun yliopistopaino, Oulu.
- Peirce, Charles S. (CP), *The Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, vols. I-VI toim. Charles Hartshorne & Paul Weiss (1931-1935), vols. VII-VIII toim. Arthur W. Burks (1958), Harvard University Press, Cambridge (Mass.).
- Rantala, Veikko & Virtanen, Ari (2004), *Johdatus modaalilogiikkaan*, Gaudeamus, Helsinki.
- Vehkavaara, Tommi (valmisteilla), ”Biosemiotics as applied objective ethics and esthetics (rather than semeiotic)?”, käsikirjoitus saatavilla (14.6.2004): http://mtl.uta.fi/~attove/bios_obj_ethics.pdf .
- Vilkko, Risto (2002), ”Leibnizin universaalikieli- ja kalkyyliaatteiden vastaanotto 1900-luvulla”, *Ajatus* 59, 59-72.